Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Новосибирский государственный технический университет»
Кафедра алгебры и математической логики

Паспорт
расчетно-графического задания

по дисциплине «Линейная алгебра», 1 семестр

1. Методика оценки

В рамках расчетно-графического задания по дисциплине студенты должны решить 13 задач на различные темы всего курса.

При выполнении расчетно-графического задания студенты должны изучить весь теоретический материал курса и применить его при решении практических задач.

Оцениваемые позиции: Отдельно оценивается каждое задание.

Задачи 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 10 оцениваются в 1 балл, если задание решено верно и в 0 баллов, если задание решено не верно.

Задачи 6 и 11 оцениваются в 0 баллов, если пункты а) и б) решены неверно, в 1 балл, если пункт а) или б) решен верно и в 2 балла, если оба пункта решены верно.

Задача 12 оцениваются в 0 баллов, если пункты а), б) и в) решены неверно, в 1 балл, если пункт а) или б) или в) решен верно, в 2 балла, если решены верно два пункта задачи и в 3 балла, если все пункты решены верно.

Задача 13 оцениваются в 0 баллов, если все пункты решены неверно, далее в 1 балл оценивается каждый верно решенный пункт задачи. Максимально количество баллов за задачу – 3 балла.

2. Критерии оценки

РГЗ(Р) считается выполненной **на продвинутом** уровне, если все необходимые расчеты произведены самостоятельно и без ошибок; все разделы РГЗ(Р) выполнены правильно и в полном объеме; работа оформлена в соответствии с требованиями; сдана преподавателю в указанные сроки и не возвращалась для доработки; даны полные и развернутые выводы и рекомендации; на защите студентом даны уверенные и аргументированные ответы. Совокупность запланированных результатов и соотнесенных с ними индикаторов достижения компетенций не содержит пробелов. Закрепленные за РГЗ(Р) компетенции сформированы на продвинутом уровне. Оценка составляет *от 20 до 17 баллов.*

РГЗ(Р) считается выполненной **на базовом** уровне, если все необходимые расчеты произведены самостоятельно и без существенных ошибок; все разделы РГЗ(Р) выполнены правильно, но есть замечания к полноте предоставления информации; работа оформлена в соответствии с требованиями; сдана преподавателю в указанные сроки и однократно возвращалась студенту для незначительной доработки; в заключении даны выводы и рекомендации; на защите студентом допущены непринципиальные ошибки. Совокупность запланированных результатов и соотнесенных с ними индикаторов достижения компетенций содержит несущественные пробелы. Закрепленные за РГЗ(Р) компетенции сформированы на базовом уровне. Оценка составляет *от 16 до 14 баллов.*

РГЗ(Р) считается выполненной **на пороговом** уровне, если все необходимые расчеты произведены самостоятельно, но с ошибками, часть из которых носит принципиальный характер; есть замечания к полноте предоставления информации; работа оформлена в соответствии с требованиями; сдана преподавателю, но неоднократно возвращалась

студенту для доработки; в заключении даны краткие выводы; защита РГЗ(Р) вызывает у студента серьезные затруднения. Совокупность запланированных результатов и соотнесенных с ними индикаторов достижения компетенций содержит существенные пробелы. Закрепленные за РГЗ(Р) компетенции сформированы на пороговом уровне. Оценка составляет *от 13 до 10 баллов.*

РГЗ(Р) считается **не выполненной** (ниже порогового уровня), если расчеты произведены с серьезными ошибками; есть замечания к полноте предоставления информации и оформлению; РГЗ(Р) была сдана преподавателю, но неоднократно возвращалась студенту для доработки, что не привело к улучшению ее качества; РГЗ(Р) не допущена до защиты, что свидетельствует о неудовлетворительном уровне достигнутых студентом результатов. Совокупность запланированных результатов и соотнесенных с ними индикаторов достижения компетенций содержит множественные существенные пробелы. Закрепленные за РГЗ(Р) компетенции не сформированы. Оценка составляет менее 10 баллов.

3. Шкала оценки

В общей оценке по дисциплине баллы за РГЗ(Р) учитываются в соответствии с правилами балльно-рейтинговой системы, приведенными в рабочей программе дисциплины.

РГЗ(Р) как форма текущей аттестации (контроля) по дисциплине считается успешно выполненной, если сумма полученных баллов по всем его заданиям составляет от 10 до 20 баллов включительно.

4. Пример варианта РГЗ

Вариант 1

Задача 1. Даны координаты вершин пирамиды $A_1A_2A_3A_4$. Средствами векторной алгебры найти угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_4, площадь грани $A_1A_2A_3$, проекцию вектора A_1A_3 на вектор A_1A_4, объем пирамиды.

$$A_1(8,6,4), \quad A_2(10,5,5), \quad A_3(5,6,8), \quad A_4(8,10,7)$$

Задача 2. На прямой $2x+y+11=0$ найти точку, равноудаленную от двух заданных точек $A(1,1)$ и $B(3,0)$.

Задача 3. Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую (α) и точку A.

$$(\alpha)\ \frac{x-3}{5}=\frac{y+4}{2}=\frac{z+1}{1}, \qquad A(4,2,-1)$$

Задача 4. Найти точку M', симметричную точке M относительно прямой:

$$M(1,2,3), \quad \frac{x-0,5}{0}=\frac{y+1,5}{-1}=\frac{z-1,5}{1}.$$

$$A=\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 7 & -5 & -5 & 5 \\ 3 & -1 & -2 & 1 & -1 \end{pmatrix},\ D=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix},\ C=\begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 3 & 4 & -2 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix},\ K=\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$B=\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix},\ F=\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix},\ G=\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},\ Y=\begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix},\ Z=\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 5. Решить систему $BX=Y$ методом Крамера и систему $CX=Z$ с помощью обратной матрицы.

Задача 6. а) Найти $\operatorname{rank} A$, $\operatorname{rank}(GBF)$, $\operatorname{rank}(ZK^T)$.

б) Проверить на совместимость систему $AX=K$.

Задача 7. Решить методом Гаусса систему $DX=K$.

Задача 8. Даны векторы a_1, a_2, a_3, d: $a_1=(-2,1,1)$, $a_2=(0,3,3)$, $a_3=(2,0,-2)$, $d=(2,4,0)$.
Показать, что векторы a_1, a_2, a_3 образуют базис. Разложить вектор d по этому базису.

Задача 9. Найти размерность и базис линейной оболочки векторов: $a_1=(1,2,3)$, $a_2=(2,3,4)$, $a_3=(3,2,3)$, $a_4=(1,1,1)$.

Задача 10. Найти размерность и базис подпространства решений однородной системы линейных уравнений $RX=0$.

$$R=\begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & -2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 16 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

Задача 11 а) Линейное преобразование есть симметрия вектора относительно плоскости xOz, а затем сжатие по оси Oy в два раза. Найти матрицу линейного преобразования.

б) Линейное преобразование задано матрицей A. Выяснить геометрический смысл этого линейного преобразования.

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

Задача 12. Линейное преобразование задано матрицей Φ в базисе $e_1=(1,0,0)$, $e_2=(0,1,0)$, $e_3=(0,0,1)$.

$$\Phi=\begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ \alpha & 2 & \gamma \\ \beta & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

а) Подобрать параметры α, β, γ так, чтобы матрица Φ была симметричной. Найти собственные числа и собственные векторы линейного преобразования.
б) Найти матрицу линейного преобразования в базисе из собственных векторов и в базисе $e_1'=e_1-e_2+e_3$, $e_2'=-e_1+e_2-2e_3$, $e_3'=-e_1+2e_2+e_3$.
в) По матрице Φ составить квадратичную форму от переменных x, y, z. Найти канонический вид квадратичной формы и установить, является ли она положительно определенной. Ответ пояснить.

Задача 13. Даны уравнения кривых второго порядка в системе координат $x0y$.
1) $4x^2+2\sqrt{6}xy+3y^2=24$;
2) $2x^2-2xy+2y^2-2x-2y+1=0$.
Для обеих кривых:
а) Найти канонический базис и направление новых осей Ox', Oy'.
б) Написать матрицу перехода от старого базиса к новому. Проверить, что эта матрица является ортогональной, объяснить ее геометрический смысл.
в) Привести уравнение кривой к каноническому виду.
г) Изобразить кривую в первоначальной системе координат.